

# PRODUKTIVES ÜBEN

Zusammenstellung nach Timo Leuders 2009 ([http://www.qus-net.de/pdf/ppt\\_leuders.pdf](http://www.qus-net.de/pdf/ppt_leuders.pdf))

Aufgabentyp: Probleme lösen		Fragetyp	Aufgabenbeispiele
<b>Operatives Durcharbeiten</b> von Umkehraufgaben bzw. Aufgaben mit Parametern	Umkehrfrage	Wann kommt ... heraus?	Gib fünf Zahlen an, deren Durchschnitt 5 ist... Gib zwei weitere Beispiele an... Wie oft muss man noch die Zahl 5 zu den Zahlen 1,2,3,4 hinzunehmen, damit der Durchschnitt 4 ist?
	Optimierung	Wann ist ... am größten/kleinsten	Du hast die drei Datenreihen: 1,1,8    3,3    1,2,3,4,5 Bei welcher der drei erhöht sich der Durchschnitt am meisten, wenn man noch eine 6 hinzunimmt? Warum?
	Funktionale Abhängigkeit	Was passiert, wenn...?	Was ändert sich am Durchschnitt der folgenden Zahlenreihe 6,10,12,16, wenn man a) alle Werte halbiert? b) alle Werte um 1 erhöht? c) den Durchschnittswert noch hinzufügt.
	Kombinatorische Ausschöpfung	Wie viele Möglichkeiten gibt es, ...? Wie lauten alle Möglichkeiten, ...?	Wie viele verschiedene Durchschnitte kannst du errechnen, wenn du nur die Zahlen 1,2,3,4 und 5 zu Verfügung hast? a) Du darfst jede Zahl höchstens einmal nehmen b) Du darfst jede Zahl auch mehrfach nehmen. Was ist jetzt der größte und kleinste Wert, den du bekommst?
<b>Spielerisches Auseinandersetzen</b> mit Spielsituationen	Übungsspiel	Spielt miteinander...	Würfelt mit 40 Würfeln, die ihr in die Mitte legt. Würfelt dann mit einem einzelnen Würfel. Diese Zahl ist eure Zielzahl, die ihr als Durchschnitt erreichen müsst. Dazu dürft ihr reihum einen, zwei, drei oder vier Würfel aus der Mitte nehmen, die als Durchschnitt die Zielzahl haben. Ihr bekommt für jeden Würfel einen Punkt. Wer die meisten Punkte hat gewinnt.
	Spielanalyse	Findet eine gute Strategie	Mit welchen Strategien kann man beim vorigen Spiel einfache Lösungen finden? Wie findet man weniger nahe liegende Lösungen
<b>Eigene Aufgaben erarbeiten</b> mit Musteraufgaben	Variieren	Verändere die Aufgaben... (Welche kannst du noch ebenso bearbeiten, welche nicht? Warum?)	„Wie kann man mit zehn Würfelergebnissen den Mittelwert 4,5 erhalten?“ - Löse die Aufgabe, verändere sie und untersuche, welche Varianten noch lösbar sind.

Aufgabentyp: Strukturen reflektieren	Fragetyp	Aufgabenbeispiele	
<b>Muster erkennen und erzeugen</b> in strukturierten Aufgabenserien	Muster suchen	Bilde die Durchschnitte der folgenden Datenreihen: 10,11,12,13,14    11,12,13,14,15 Welche Besonderheiten oder Zusammenhänge kannst du erkennen? Kannst du deine Beobachtungen begründen?	
	Muster fortsetzen	Bilde die Mittelwerte der folgenden Datenreihen: 1,3 1,3,5    1,3,5,7 a) Setze die Reihe fort und berechne die Durchschnitte. b) Erfinde eigene, ähnliche Reihen und berechne sie.	
	Analogisieren	Wie lauten ähnliche Aufgaben? (Warum sind sie ähnlich?)	Bilde die Durchschnitte der folgenden Datenreihen: 3, 4, 7, 8    5, 6, 10, 11    12, 13, 21, 22 Was haben die Aufgaben gemeinsam? Bilde eigene weitere.
<b>Strukturieren</b> von unstrukturierten Aufgabengruppen	Sortieren Klassifizieren	Bilde Gruppen... je nach Lösbarkeit/ Typ/...	Sortiere die folgenden Aufgaben erst in ähnliche Gruppen, bevor du die Durchschnitte berechnest: a) 1, 2, 7    b) 10, 50, 80    c) 31, 33, 37 d) 110, 150, 180    e) 100, 200, 700
	Passung prüfen	Welches Beispiel passt nicht? Warum?	Welcher Datenreihe passt nicht zu den anderen? Was bedeutet das für den Durchschnitt? a) 5,10,15    b) 1,10,100    c) 200, 220, 240    d) 5,8,11
	Bewerten	Suche die schwierigsten, leichtesten, ungewöhnlichsten heraus	Suche zunächst die Durchschnitte heraus, die du ohne zu rechnen bestimmen kannst a) 4,5,5,5,5,6    b) 8,10,12,14    c) 4,6, 10 d) 10,5,5,5,10    e) 1,3,5,6    f) 11,12,14,15
<b>Argumentieren</b> an gestellten oder gelösten Aufgaben	Muster begründen	Wieso kommt dieses Muster heraus?	Wie ändert sich der Durchschnitt von Datenreihe zu Datenreihe? Warum? 5,8,10,12    6,9,11,13    7,10,12,14
	Darstellen	Wie kann man die Situation anders darstellen? (grafisch, rechnerisch, ...)	Berechne den Durchschnitt und begründe das Ergebnis am Zahlenstrahl: 1,3, 5, 10, 12, 14
	Richtigkeit/Gültigkeit	Welche Aufgabe ist unmöglich, welche sinnvoll? Stimmt die Behauptung? Warum?	„Bei vier Zahlen liegt der Durchschnitt immer zwischen den mittleren beiden“ – Stimmt das? Begründe oder widerlege.
	Fehler finden	Was ist hier falsch? Warum? Wie kann man es besser machen?	„Der Durchschnitt von 1,2,3,4,5 ist 3. Wenn jetzt noch eine 5 dazukommt, wird der Durchschnitt um 1 größer.“ Prüfe und Begründe.

Aufgabentyp: Anwendungen erkunden		Fragetyp	Aufgabenbeispiele
Anwenden auf Beispiel- oder Sachsituationen	an Beispielen anwenden	Wende ... bei der Bearbeitung folgender Situationen an.	Michaela ist beim Weitsprung 2,30m und 2,45m gesprungen. Wie möchte auf einen Durchschnitt von 2,40m in drei Sprüngen kommen.
	Anwendbarkeit reflektieren	Kann man ... hier anwenden? Warum (nicht)?	Welche Durchschnitte von zwei Personen kann man nicht bilden, auch wenn man alle Daten kennt? Warum? a) die Körpergröße b) die Augenfarbe c) das Taschengeld d) das Geburtsdatum
	Anwendungen erfinden	Erfinde weitere Situationen, in denen du ... anwenden kannst.	Setzt euch zu viert zusammen und sammelt Daten, die ihr von euch allen vieren kennt. Bildet alle möglichen Durchschnitte.
Vernetzen mit verwandten Begriffen oder Situationen	Verbindungen erfassen	Wie passt das zu ....?	Kann man vergleichen, wie gut zwei Länder im Durchschnitt bei den Olympischen Spielen abschneiden? Mache Vorschläge.
	Verbindungen suchen	Wo hast du ... schon einmal gesehen, ...gemacht?	Suche eine Woche lang in der Zeitung, wo Durchschnitte gebildet werden. Erkläre deine Beispiele.
	Übertragen	Wie lässt sich .... auf ... übertragen.	Wie würdest du deine Durchschnittsgröße oder dein Durchschnittsalter in diesem Kalenderjahr berechnen?

### Weitere Literatur

- BLUM, W., DRÜKE-NOE, C., HARTUNG, R., KÖLLER, O. (Hrsg.) (2006): Bildungsstandards Mathematik: konkret. Sekundarstufe I: Aufgabenbeispiele, Unterrichts Anregungen, Fortbildungsideen. Berlin
- BRUDER, R., LEUDERS, T., BÜCHTER, A. (2008): Mathematikunterricht entwickeln - Bausteine für kompetenzorientiertes Unterrichten. Berlin
- BÜCHTER, A., LEUDERS, T. (2005): Mathematikaufgaben selbst entwickeln. Berlin
- LEUDERS, T. (2005): Qualität im Mathematikunterricht der Sekundarstufe I und II. Berlin
- QUAK, U. (2006): Fundgrube Mathematik. Berlin

