Die Polygonfläche und das periodische System der Elemente.

Von **G. Haenzel** in Karlsruhe.

Mit 5 Abbildungen. (Eingegangen am 8. Oktober 1942.)

Die bisherigen Anordnungen des periodischen Systems der Elemente werden durch eine elementargeometrisch konstruierte Fläche ersetzt, auf der die Elemente einem System charakteristischer Punkte entsprechen. Ihre für das periodische System wesentlichen Eigenschaften kommen dann vereinigt mit Ergebnissen der Wellenmechanik einheitlich in der Topologie der Fläche zum Ausdruck.

Die bisherigen Darstellungen des periodischen Systems der Elemente in wagerechten und lotrechten Zeilen und Spalten (Meyer-Mendelejeff) oder mit Verbindungslinien zwischen verwandten Elementen entsprechen der jetzigen Einsicht in die Systematik der Elemente nicht mehr, weil sie den Ergebnissen der Wellenmechanik und deren Folgerungen für die Chemie und Physik nicht ausreichend gerecht werden.

Ausgehend von einer elementargeometrischen Konfiguration von konzentrischen regulären Polygonen erhält man eine mehrblättrige Fläche, auf der sich diese Polygone mit ungerade zunehmender Eckenzahl so ausbreiten, daß jedes Polygon dem Umkreise des vorhergehenden umbeschrieben ist. Diese Fläche, die somit ihre Entstehung aus einem der ersten Objekte der Geometrie herleitet, erweist sich als der geeignete Träger des Systems der chemischen Elemente, weil ihre Struktur und Topologie den das System beherrschenden Theoremen völlig angepaßt ist.

Die Erzeugung und Anwendung des entstandenen „Modells“ bedarf nur der Elementargeometrie. Die Untersuchung der Flächenstruktur deckt jedoch die Beziehungen zur Schrödingerschen und zur Diracschen Theorie auf, die hier nur angedeutet werden. Sie sind es, auf denen die Stärke des Modells beruht. Nach einer anderen Seite hin zeigt die Theorie der Fläche, über eine meromorphe Funktion hinweg, Beziehungen zur Zahlentheorie.

I. Die Polygonfläche und die Funktion P (z).

1. Ein gleichseitiges Dreieck sei dem Kreise vom Halbmesser 1 umbeschrieben, seinem Umkreise ein Quadrat (Fig. 1), dem Umkreis des

Quadrats ein gleichseitiges Fünfeck usf. Die entstehende Schar von ∞^1 konzentrischen gleichseitigen Polygonen steigender Eckenzahl mit ihren In- und Umkreisen soll die *„äußere Schar konzentrischer Vielecke“* heißen. Trägt der Einheitskreis die Nr. 1, so ist der ν-te Kreis einem $(\nu + 1)$-Eck umbeschrieben ($\nu > 1$) und einem $(\nu + 2)$-Eck einbeschrieben. Sein Halbmesser ist

$$r_\nu = \frac{1}{\cos\frac{\pi}{3} \cdot \cos\frac{\pi}{4} \cdots \cos\frac{\pi}{\nu + 1}}. \tag{1}$$

Die Schar konvergiert gegen den Grenzkreis mit dem Halbmesser

$$R_a = \lim_{\nu \to \infty} r_\nu = \prod_{\nu = 2}^{\infty} \frac{1}{\cos\frac{\pi}{\nu + 1}} \approx 8{,}53 \ldots \tag{2}$$

Wird dagegen ein gleichseitiges Dreieck dem Einheitskreis einbeschrieben, seinem Inkreis ein Quadrat, dem Inkreis des letzteren ein gleichseitiges

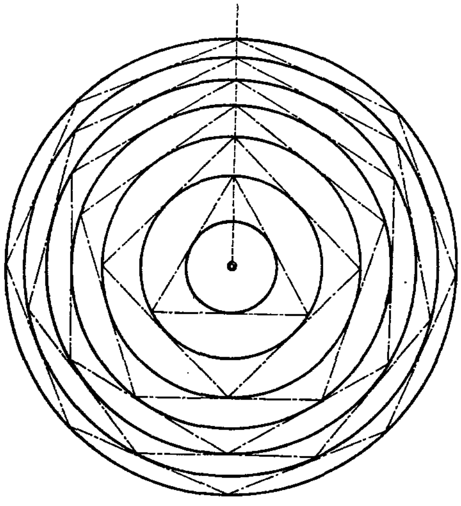

Fig. 1.

Fünfeck usf., so entsteht die *„innere Schar konzentrischer Vielecke“* mit ihren In- und Umkreisen. Bei gleicher Numerierung des Einheitskreises ist der ν-te Kreis einem $(\nu + 1)$-Eck einbeschrieben und einem $(\nu + 2)$-Eck umbeschrieben. Sein Halbmesser ist:

$$\bar{r}_\nu = \cos\pi/3 \cdot \cos\pi/4 \ldots \cos\pi/\nu + 1. \tag{1'}$$