Nachtrag zur Übungsgruppe „Stochastik" während der Mathe-Tagung in Filderstadt

Aufgabe:
Wie wahrscheinlich ist es, beim Skat genau 2 Asse im Blatt zu haben?

Lösung 1: Unter Verwendung der Binomialkoeffizienten lässt sich die Wahrscheinlichkeit so angeben:

$$P(\text{genau 2 Asse}) = \frac{\binom{4}{2} * \binom{28}{8}}{\binom{32}{10}} \quad \text{(Gleichung I)}$$

Im Nenner steht die Anzahl aller Möglichkeiten, 10 Karten aus 32 <u>ohne Reihenfolge</u> zu bekommen.
Im Zähler steht die Anzahl der Möglichkeiten, dabei genau 2 Asse und daneben 8 „Nicht-Asse" zu bekommen.
Diese Lösungsmethode wird oft als Urnenmodell „Ziehen mit einem Griff" aufgeführt.

Lösung 2: Will man mit Reihenfolge rechnen und das Zählprinzip anwenden, so bestimmt man die Anzahl aller Möglichkeiten zu 32*31* … 24*23
und die Anzahl der Möglichkeiten, zuerst 2 Asse und dann den Rest zu ziehen, zu 4*3*28*27*… 22*21
Dabei steht 4*3 für die Auswahl der beiden Asse und der Rest für die Auswahl der 8 Nicht-Asse.
Es bleibt zu berücksichtigen, dass die beiden Asse ja nicht am Anfang gezogen werden müssen, sondern auch später kommen können. Dazu braucht es noch den Faktor $\binom{10}{2}$, der angibt, wie viele Möglichkeiten ich habe, innerhalb der 10 Plätze die beiden für die Asse zu wählen.

Zusammen also: $$P(\text{genau 2 Asse}) = \frac{\binom{10}{2} * 4 * 3 * 28 * 27 * \ldots 22 * 21}{32 * 31 * \ldots 24 * 23} \quad \text{(Gleichung II)}$$

Hat man den Binomialkoeffizienten noch nicht zur Verfügung, so kann man auch die Asse und die Nicht-Asse nach dem Verfahren „MISSISSIPPI" umordnen:
Das sind $\frac{10!}{2! * 8!}$ Möglichkeiten.
Dabei steht 2! für die Vertauschungen der Asse und 8! für die Vertauschungen der Nicht-Asse.
Diese Faktoren kompensieren übrigens genau die Nenner, die in der Gleichung I zusätzlich auftreten, sodass man die Übereinstimmung der Gleichungen I und II gut erkennen kann.

Ergebnis: Will man nur das Zählprinzip anwenden, so ist das hier ein mühsames Geschäft.
Es gibt leichtere Aufgaben, um diesen Zählprinzip-Weg zu demonstrieren …

Würzburg, den 11.2.2014 Albrecht Häberlein