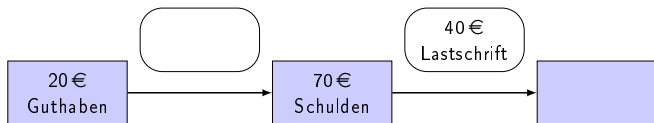


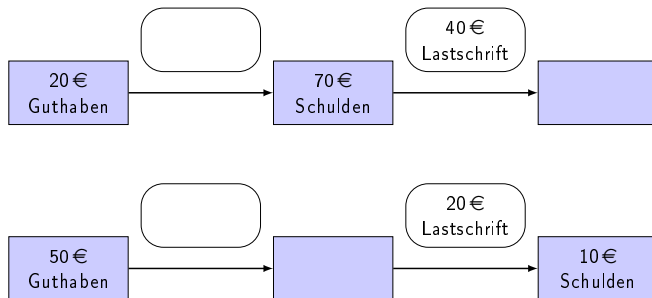
# Schulden und Guthaben

## Eroberung des Zahlenraums



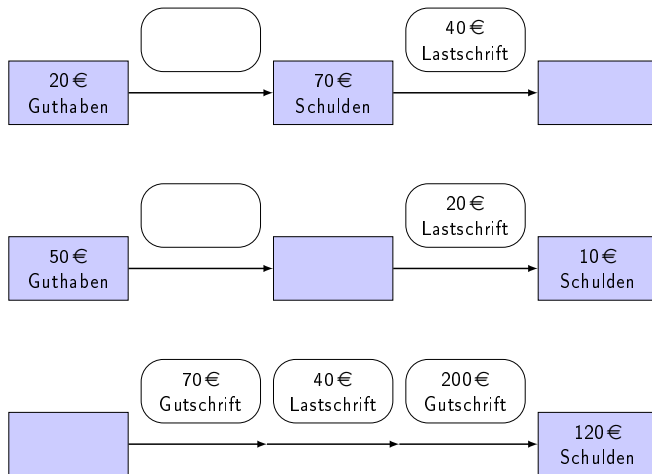
# Schulden und Guthaben

## Eroberung des Zahlenraums



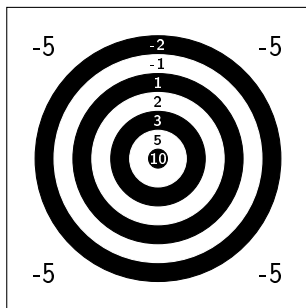
# Schulden und Guthaben

## Eroberung des Zahlenraums



# Die Addition

## Die Konkretisierung



- ▶ Bestimme die fünf besten sowie die fünf schlechtest möglichen Resultate eines Dreierwurfes.

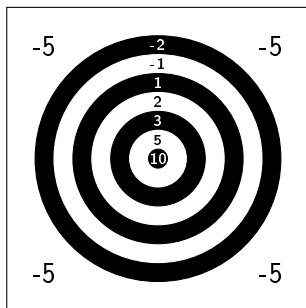
# Die Addition

## Die Konkretisierung

Ergebnis		1. Wurf		2. Wurf		3. Wurf
-15	=	-5	und	-5	und	-5
-12	=	-5	und	-5	und	-2
-11	=	-5	und	-5	und	-1
-9	=	-5	und	-2	und	-2
-8	=	-5	und	-2	und	-1

# Die Addition

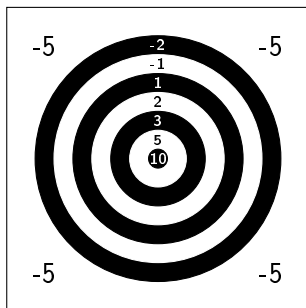
## Die Konkretisierung



- ▶ Überlege ob alle Resultate zwischen  $-10$  und  $+10$  mit einem Dreierwurf erreicht werden können.

# Die Addition

## Die Konkretisierung



- ▶ Finde möglichst viele (alle!) Möglichkeiten für jedes mögliche Resultat!

# Die Addition

...aus der Bewegung

Ergänze jeweils den fehlenden Eintrag in der Gleichung:

- 1)  plus  $(-3)$  =  $(+5)$
- 2)  plus  $(+5)$  =  $(+2)$
- 3)  $(-15)$  plus  =  $(-4)$
- 4)  $(+23)$  plus  =  $(+7)$
- 5)  $(-5)$  plus  =  $(-12)$
- 6)  plus  $(+14)$  =  $(+32)$



# Die Addition

## Die Regel

Addiert man eine *positive* Zahl, so ist das Ergebnis immer *größer* als die Ausgangszahl.

# Die Addition

## Die Regel

Addiert man eine *positive* Zahl, so ist das Ergebnis immer *größer* als die Ausgangszahl.

$$(+10) \text{ plus } (+2) = (+12)$$

# Die Addition

## Die Regel

Addiert man eine *positive* Zahl, so ist das Ergebnis immer *größer* als die Ausgangszahl.

$$(+10) \text{ plus } (+2) = (+12)$$

$(+12)$  ist um 2 größer als  $(+10)$ . Man schreibt  $(+12) > (+10)$ .

# Die Addition

## Die Regel

Addiert man eine *positive* Zahl, so ist das Ergebnis immer *größer* als die Ausgangszahl.

$$(+10) \text{ plus } (+2) = (+12)$$

$(+12)$  ist um 2 größer als  $(+10)$ . Man schreibt  $(+12) > (+10)$ .

$$(-10) \text{ plus } (+2) = (-8)$$

# Die Addition

## Die Regel

Addiert man eine *positive* Zahl, so ist das Ergebnis immer *größer* als die Ausgangszahl.

$$(+10) \text{ plus } (+2) = (+12)$$

$(+12)$  ist um 2 größer als  $(+10)$ . Man schreibt  $(+12) > (+10)$ .

$$(-10) \text{ plus } (+2) = (-8)$$

$(-8)$  ist um 2 größer als  $(-10)$ . Man schreibt  $(-8) > (-10)$ .

Eine Erklärung ist immer noch mit Guthaben und Schulden möglich!

# Das Subtrahieren

## Die Einführung

$$(-4) \text{ minus } (+2) = (-6)$$

$$(-4) \text{ minus } 0 = (-4)$$

$$(-4) \text{ minus } (-2) = (-2)$$

$$(-4) \text{ minus } (-4) = 0$$

$$(-4) \text{ minus } (-6) = ?$$

# Das Subtrahieren

## Die Einführung

$$(-4) \text{ minus } (+2) = (-6)$$

$$(-4) \text{ minus } 0 = (-4)$$

$$(-4) \text{ minus } (-2) = (-2)$$

$$(-4) \text{ minus } (-4) = 0$$

$$(-4) \text{ minus } (-6) = ?$$

Wie können 6 € Schulden getilgt werden, wenn nur 4 € Schulden vorhanden sind?

# Das Subtrahieren

## Die Einführung

$$(+8) \text{ minus } (+6) = (+2)$$

$$(+8) \text{ minus } (+4) = (+4)$$

$$(+8) \text{ minus } (+2) = (+6)$$

$$(+8) \text{ minus } 0 = (+8)$$

$$(+8) \text{ minus } (-2) = ?$$



# Das Subtrahieren

## Die Einführung

$$(+8) \text{ minus } (+6) = (+2)$$

$$(+8) \text{ minus } (+4) = (+4)$$

$$(+8) \text{ minus } (+2) = (+6)$$

$$(+8) \text{ minus } 0 = (+8)$$

$$(+8) \text{ minus } (-2) = ?$$

Wie können 2 € Schulden getilgt werden, wenn 8 € **Guthaben** vorhanden sind?

# Das Subtrahieren

## Die Erläuterung

$$(+8) \text{ minus } (-2) = ?$$

# Das Subtrahieren

## Die Erläuterung

$$(+8) \text{ minus } (-2) = ?$$

- ▶ Hat denn jemand, der 8 € Guthaben hat, eigentlich nie Schulden?

# Das Subtrahieren

## Die Erläuterung

$$(+8) \text{ minus } (-2) = ?$$

- ▶ Hat denn jemand, der 8 € Guthaben hat, eigentlich nie Schulden?

$$\begin{aligned} & (+8) \text{ minus } (-2) = \\ & \overbrace{(+10) \text{ plus } (-2)} \text{ minus } (-2) = \\ & (+10) \text{ plus } \underbrace{(-2) \text{ minus } (-2)}_{(0)} = (+10) \end{aligned}$$

# Die Multiplikation

## Die Einführung

$$(I) \quad 3 \cdot 3 = 9$$

$$3 \cdot 2 = 6$$

$$3 \cdot 1 = 3$$

$$3 \cdot 0 = 0$$

$$3 \cdot (-1) = -3$$

$$3 \cdot (-2) = -6$$

$$\vdots \quad \vdots \quad \vdots$$

$$(-2) + (-2) + (-2) = -6$$

$$(II) \quad 3 \cdot 5 = 15$$

$$2 \cdot 5 = 10$$

$$1 \cdot 5 = 5$$

$$0 \cdot 5 = 0$$

$$(-1) \cdot 5 = -5$$

$$(-2) \cdot 5 = -10$$

$$\vdots \quad \vdots \quad \vdots$$

???

# Die Multiplikation

$$(III) \quad 3 \cdot (-3) = -9$$

$$2 \cdot (-3) = -6$$

$$1 \cdot (-3) = -3$$

$$0 \cdot (-3) = 0$$

$$(-1) \cdot (-3) = +3$$

$$(-2) \cdot (-3) = +6$$

$$\vdots \quad \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots$$

# Die Multiplikation

Freiheit bei den Rechenregeln?

Was wäre, wenn  $(-2) \cdot (-3) = -6$  gelten würde?

# Die Multiplikation

Freiheit bei den Rechenregeln?

Was wäre, wenn  $(-2) \cdot (-3) = -6$  gelten würde?

Dann wäre

$$(-2) \cdot (-3) = -6$$

und gleichzeitig

$$(+2) \cdot (-3) = -6$$



# Die Multiplikation

Freiheit bei den Rechenregeln?

$$(10 - 3) \cdot 2 = 7 \cdot 2 = 14$$

$$(10 - 3) \cdot 2 = 20 - 6 = 14$$

$$(10 - 3) \cdot 1 = 7 \cdot 1 = 7$$

$$(10 - 3) \cdot 1 = 10 - 3 = 7$$

$$(10 - 3) \cdot 0 = 7 \cdot 0 = 0$$

$$(10 - 3) \cdot 0 = 0 - 0 = 0$$

$$(10 - 3) \cdot (-1) = 7 \cdot (-1) = -7$$

$$(10 - 3) \cdot (-1) = -10 + ? = -7$$

$$(10 - 3) \cdot (-2) = 7 \cdot (-2) = -14$$

$$(10 - 3) \cdot (-2) = -20 + ? = -14$$

# Das Addieren - Aufgabenbeispiel 1

Welche Addition hat bei den folgenden Aufgaben das größte Ergebnis?

$$(-173) \text{ plus } (+458) =$$

$$(-174) \text{ plus } (+459) =$$

$$(-172) \text{ plus } (+459) =$$

$$(-174) \text{ plus } (+457) =$$

## Das Addieren - Aufgabenbeispiel 1

Welche Addition hat bei den folgenden Aufgaben das größte Ergebnis?

$$(-173) \text{ plus } (+458) =$$

$$(-174) \text{ plus } (+459) =$$

$$(-172) \text{ plus } (+459) =$$

$$(-174) \text{ plus } (+457) =$$

$$(-173) \text{ plus } (+458) = (+285)$$

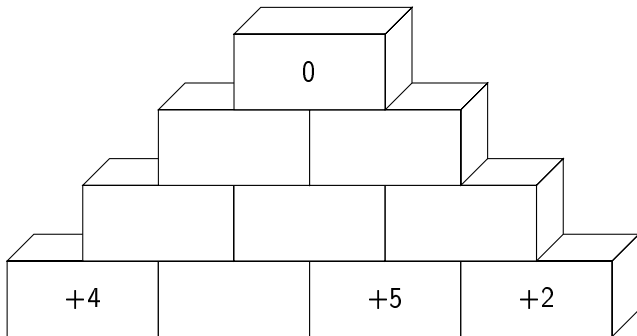
$$(-174) \text{ plus } (+459) = (+285)$$

$$(-172) \text{ plus } (+459) = (+287) \text{ ist am größten!}$$

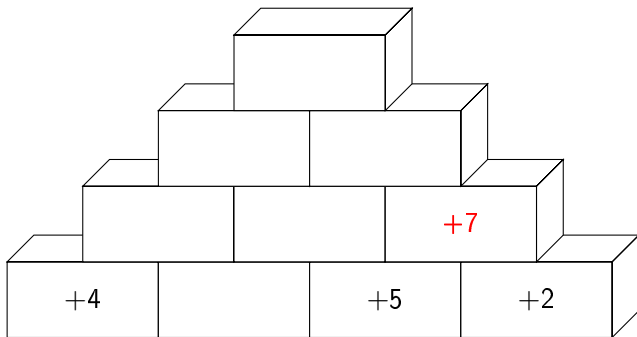
$$(-174) \text{ plus } (+457) = (+283)$$

# Vorbereiten der algebraischen Denkform

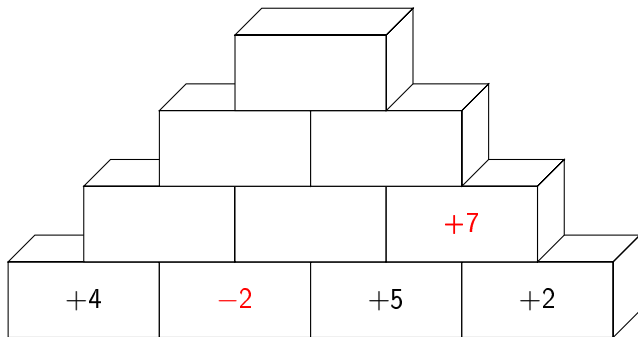
## 1. Beispiel



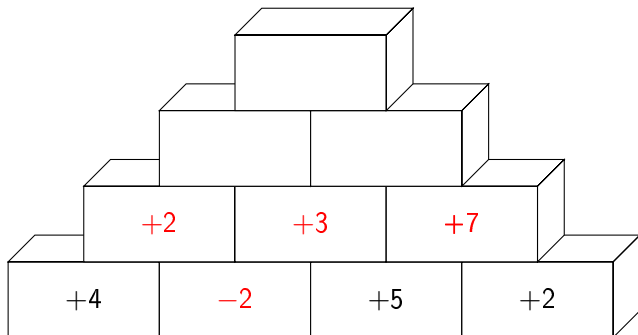
## Vorbereiten der algebraischen Denkform



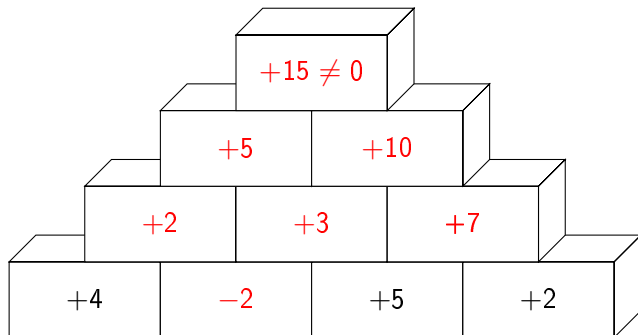
# Lösen durch Probieren



# Lösen durch Probieren

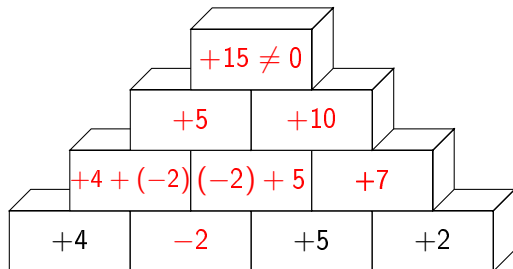


# Lösen durch Probieren

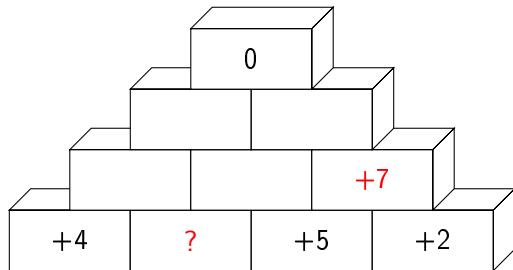
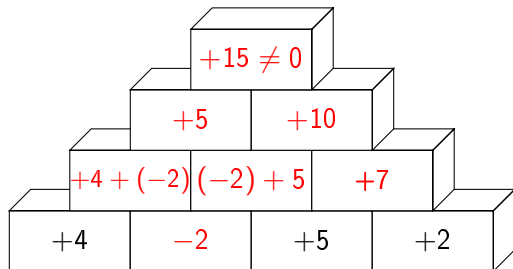




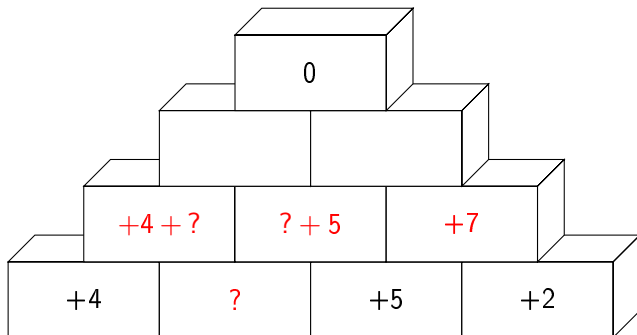
## Übergang zur algebraischen Denkform



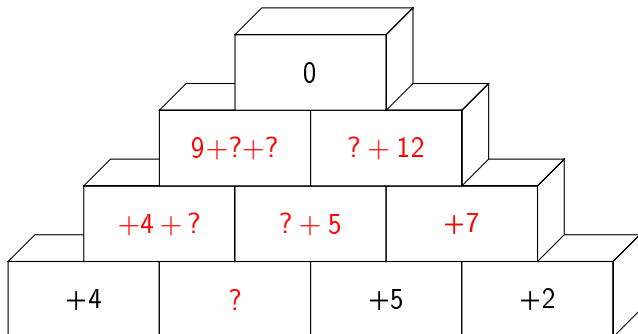
## Übergang zur algebraischen Denkform



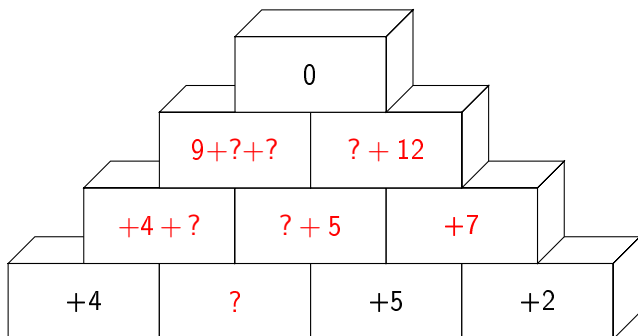
# Die algebraische Denkform



# Die algebraische Denkform



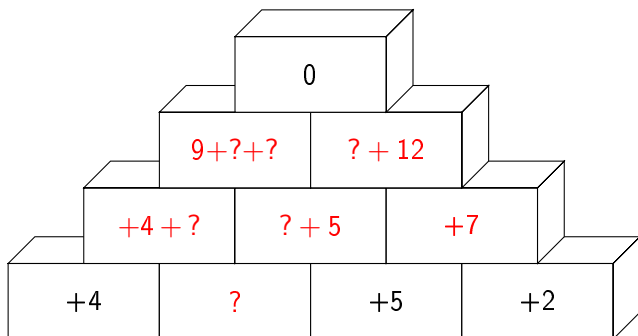
# Die algebraische Denkform



Damit muss aber gelten:

$$9 + ? + ? + 12 + ? = 0$$

# Die algebraische Denkform

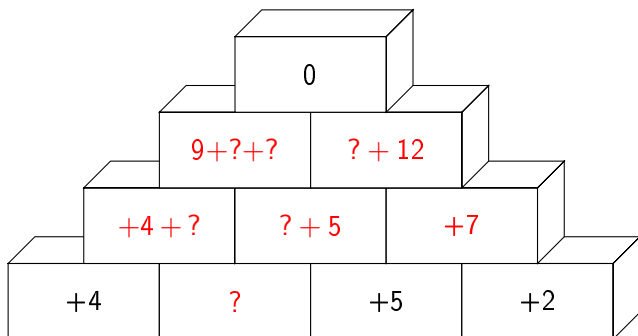


Damit muss aber gelten:

$$9 + ? + ? + 12 + ? = 0$$

$$3 \cdot ? + 21 = 0$$

# Die algebraische Denkform



Damit muss aber gelten:

$$9 + ? + ? + 12 + ? = 0$$

$$3 \cdot ? + 21 = 0$$

$$3 \cdot (-7) + 21 = 0$$

# Vorbereiten der algebraischen Denkform

## 2. Beispiel

Finde zwei Zahlen deren Summe  $-11$  und deren Produkt  $+30$  ist.



# Vorbereiten der algebraischen Denkform

## 2. Beispiel

Finde zwei Zahlen deren Summe  $-11$  und deren Produkt  $+30$  ist.

$$x^2 - 11x + 30 = (x \dots\dots) \cdot (x \dots\dots)$$

# Die Multiplikation

Aufgabenbeispiel zur Einführung von Potenzen

64	-128	-4
-2	32	-512
-256	-8	16