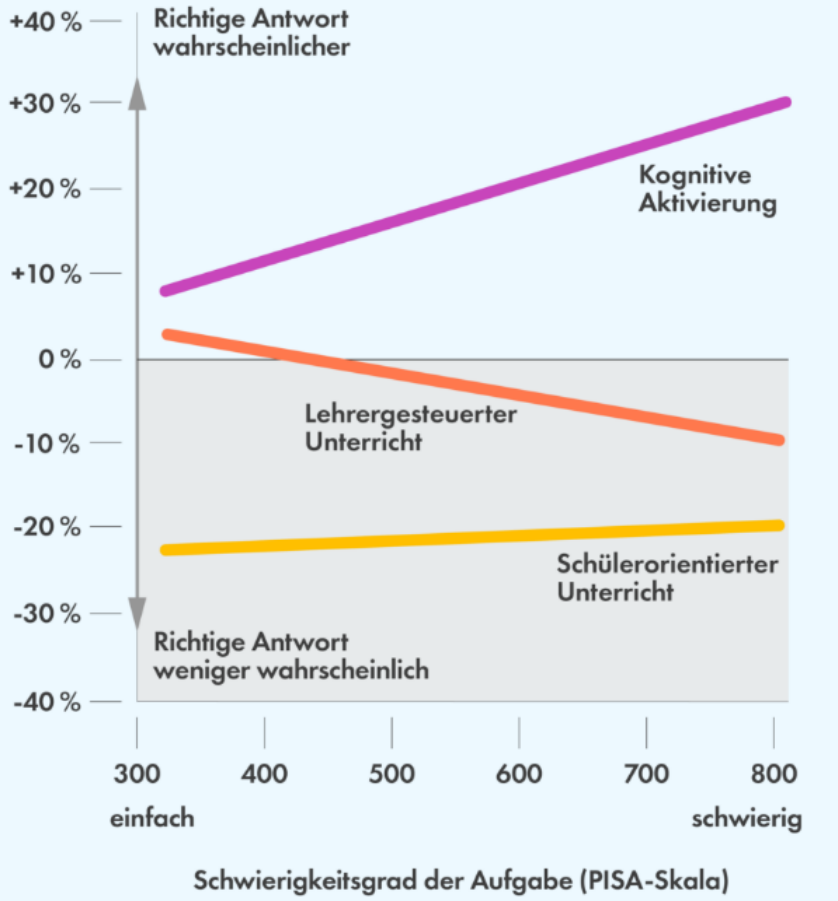
$$\int_0^4 \left(\frac{3}{4}x^2 + \frac{2}{3}x\right)\, dx = \left[\frac{3}{7}x^3 + \frac{2}{5}x^2\right]_0^4$$

$$\int_0^4 \left(\frac{3}{4}x^2 + \frac{2}{3}x\right)\,dx = \left[\frac{1}{4}x^3 + \frac{1}{3}x^2\right]_0^4$$

$$= \frac{1}{4}\cdot 4^3 + \frac{1}{3}\cdot 4^2$$

PISA: Unterrichtsstrategien und Erfolg bei Mathematikaufgaben

Wahrscheinlichkeit der richtigen Antwort – je nach Unterrichtsstrategie



Quelle: Echazarra, A. et al. (2016), How teachers teach and students learn: Successful strategies for school, OECD Education Working Papers, S. 64.

deutsches-schulportal.de

Lehrergesteuerter Unterricht

Die Lehrperson…

- gibt vor, was gelernt werden soll,
- setzt klare Ziele,
- strukturiert kleinschrittig die Lösungswege,
- fasst die letzte Unterrichtsstunde kurz zusammen,
- stellt Fragen, um zu überprüfen, ob das Gelernte verstanden wurde. (Ergebnissicherung)

Schülerorientierter Unterricht

Die Lehrperson…

- stellt unterschiedliche Aufgaben für Lernende mit unterschiedlichem Leistungsniveau,
- sieht auch Projekte vor, die mindestens eine Woche dauern,
- lässt die Lernenden in kleinen Gruppen arbeiten,
- fordert Lernende auf, sich an der Planung des Unterrichts zu beteiligen.

Kognitive Aktivierung

Die Lehrperson…

- stellt Aufgaben, die auf verschiedene Weise gelöst werden können,
- stellt Aufgaben, bei denen die Lernenden das Gelernte in neuen Situationen anwenden müssen,
- fordert die Lernenden auf, über ihre eigenen Lösungswege zu entscheiden,
- fordert die Lernenden auf zu erklären, wie sie ein Problem gelöst haben,
- stellt anspruchsvolle Fragen, die zum Nachdenken über ein Problem und zum Begründen der eigenen Gedanken anregen,
- bezieht einzelne Schüler:innenbeitrage aufeinander (diskursives und ko-konstruktives Unterrichten),
- gibt den Schüler:innen Möglichkeiten für metakognitive Prozesse.

Ergebnisse der TALIS – Videostudie (2020)

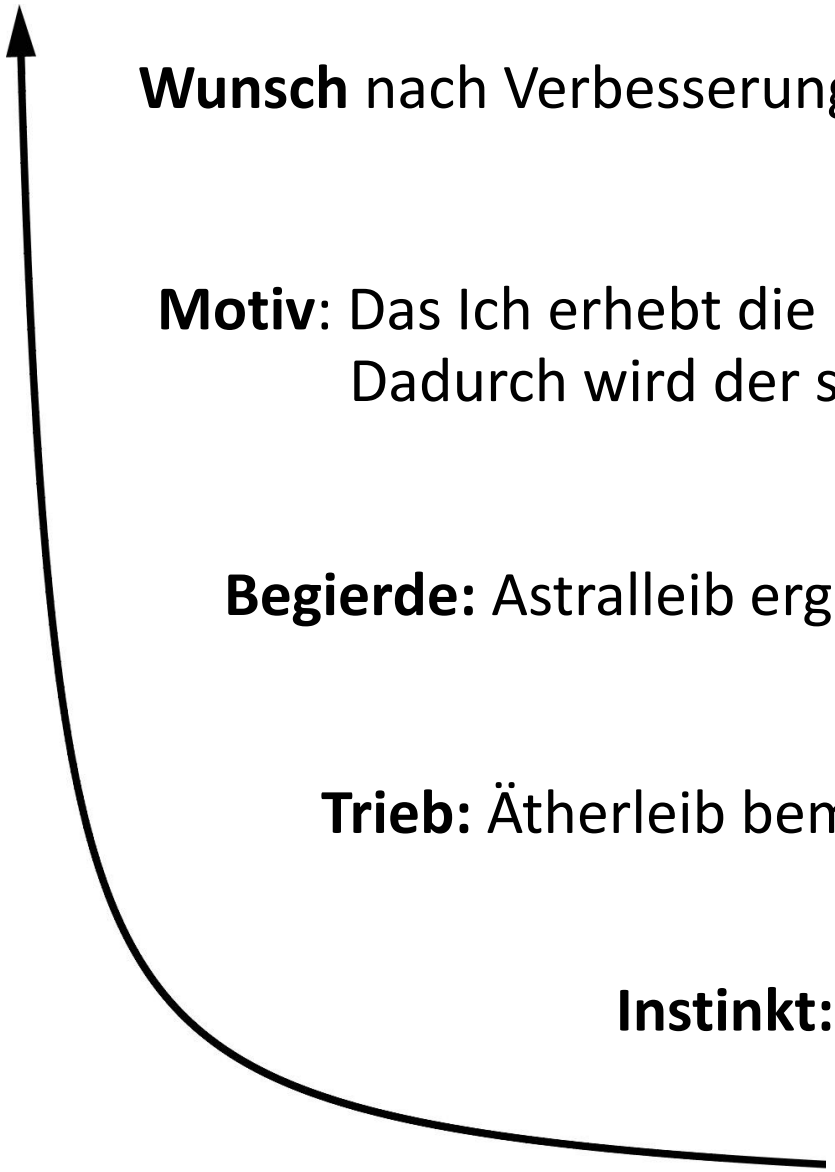
- In Deutschland wurden nur 12% der Klassen im Unterricht häufig mit herausfordernden Aufgaben konfrontiert.
  In Japan war es jede zweite Klasse (53%).

- Knapp jede vierte Klasse in Deutschland (24%) wurde überhaupt nicht mit herausfordernden Aufgaben konfrontiert.
  In Japan in nahezu keiner Klasse.

- In Deutschland ging nur knapp jede fünfte Erklärung der Lehrkraft auf tiefere mathematische Inhalte ein (18%).
  In Japan jede zweite (55%).

Üben hilft, wenn

- in geeigneten Aufgabenformaten die intendierten Übungsaktivitäten ausgelöst und
- ggf. durch die Lehrkraft aufrechterhalten werden und wenn
- die intendierten Lerneffekte dabei tatsächlich auftreten und nicht durch kognitive Überlastung gefährdet werden.



Wunsch nach Verbesserung klingt leise an (Geistselbst).

Motiv: Das Ich erhebt die Begierde.
Dadurch wird der starke Antrieb bewirkt, ein Motiv zu fassen.

Begierde: Astralleib ergreift den Trieb.

Trieb: Ätherleib bemächtigt sich des Instinktes.

Instinkt: physischer Leib

Umwelt

Rechnen mit positiven und negativen Zahlen

A

Bedenke: *Ist das Rechenzeichen +, so können die beiden Zahlen die Reihenfolge tauschen. Bei – geht das nicht.*

Und: *Zähle die Anzahl der Vorzeichen-Striche, wenn du die Klammern auflöst.*

Beispiele: $(+7)-(+4)=7-4=3$ *oder* $(-6)+(+8)=-6+8=2$

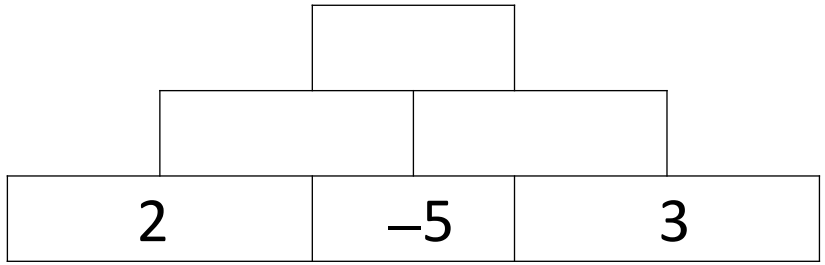
Positives Rechenzeichen:

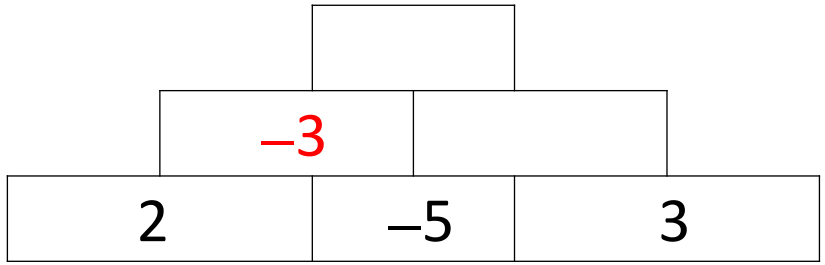
1. $(+3)+(+7)$	2. $(+3)+(-2)$	3. $(+3)+(+2)$
4. $(+5)+(+6)$	5. $(+4)+(+8)$	6. $(-2)+(+3)$
7. $(-5)+(+2)$	8. $(-5)+(-2)$	9. $(+5)+(-2)$
10. $(+13)+(-4)+(+5)$	11. $(-17)+(-2)+(+22)$	12. $(-8)+(-3)+(-2)$
13. $(-8)+(+3)+(-2)$	14. $(-8)+(-5)+(-6)$	15. $(-9)+(-4)+(-7)$

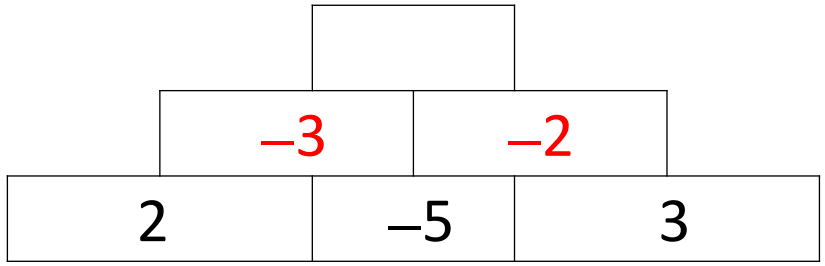
edition waldorf 2008, nicht mehr im Verkauf – zum Glück!

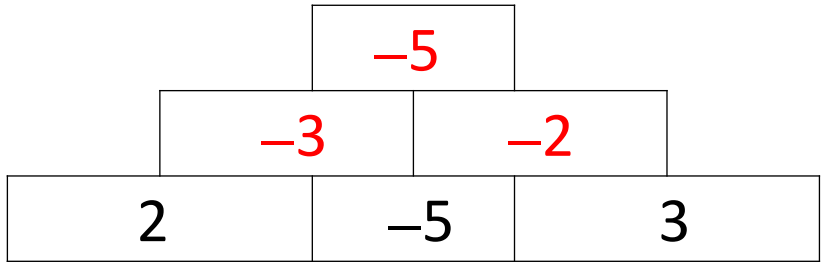


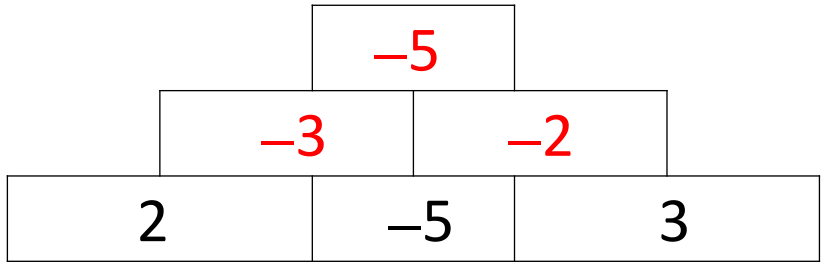
- Konditionierung
- Einschleifen von Reiz-Reaktionsmechanismen:
  Die Sache im Griff haben (Machterleben)
- Regelbefolgung
- Es geht um das Beherrschen der Sache und
  weniger um den Inhalt (Selbstbezug)
- Tunnelblick, Sich-durchbeißen müssen
- Spezialisierung

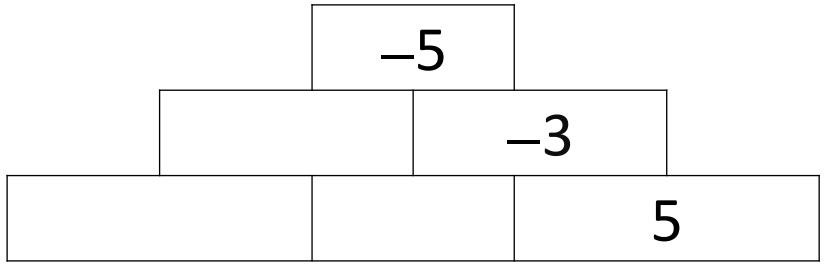

2
–5
3

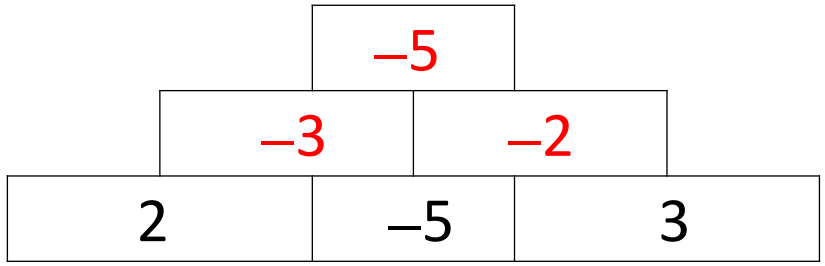

–3
2
–5
3

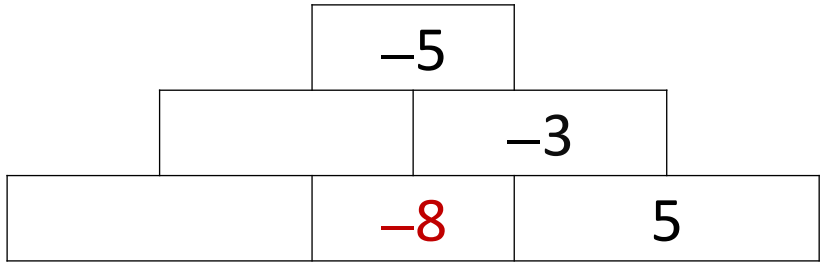

–3
–2
2
–5
3

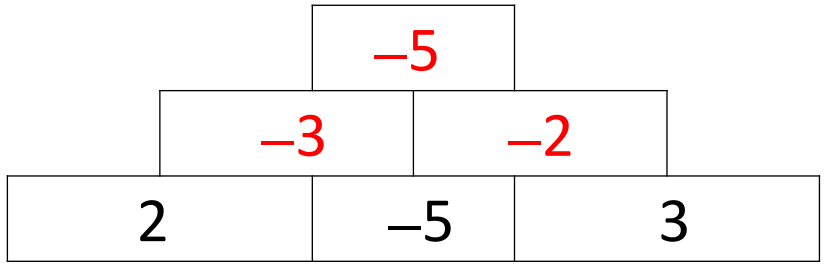

–5
–3
–2
2
–5
3

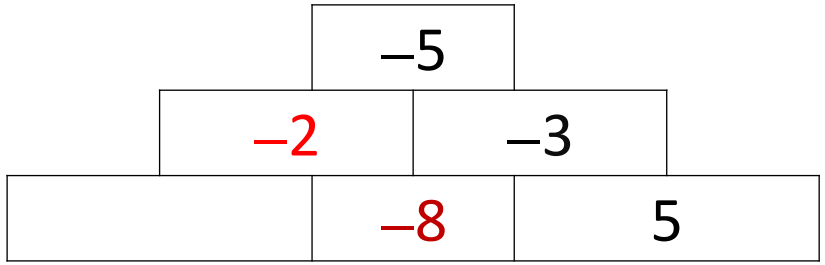

–5
–3
–2
2
–5
3

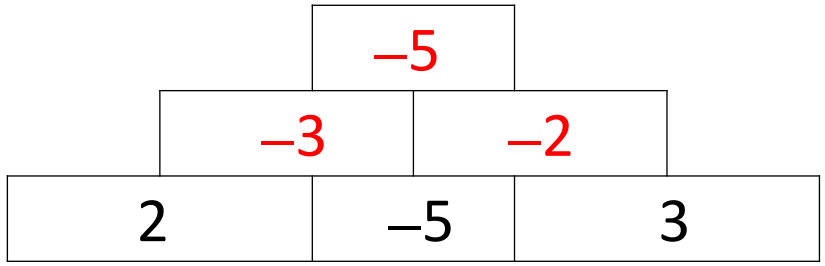

–5
–3
5

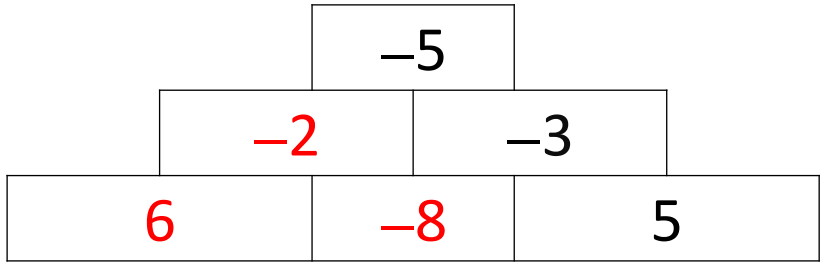

–5
–3
–2
2
–5
3

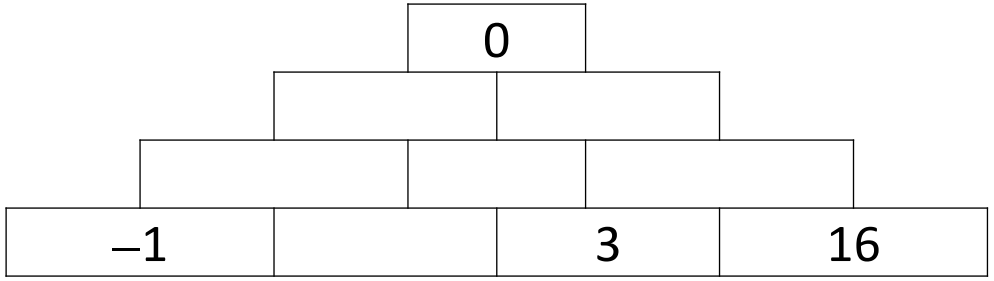

–5
–3
–8
5

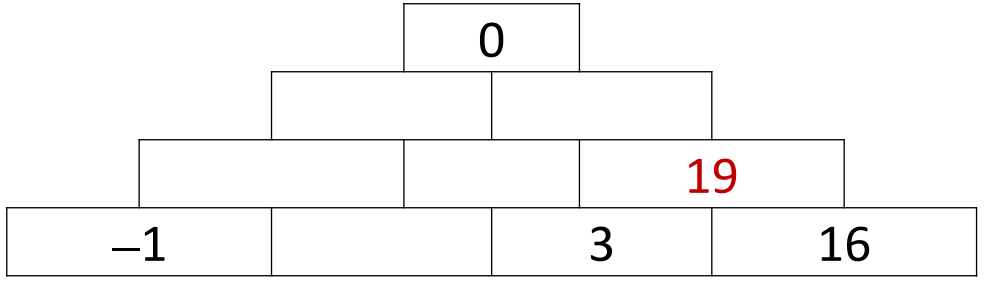

–5
–3
–2
2
–5
3

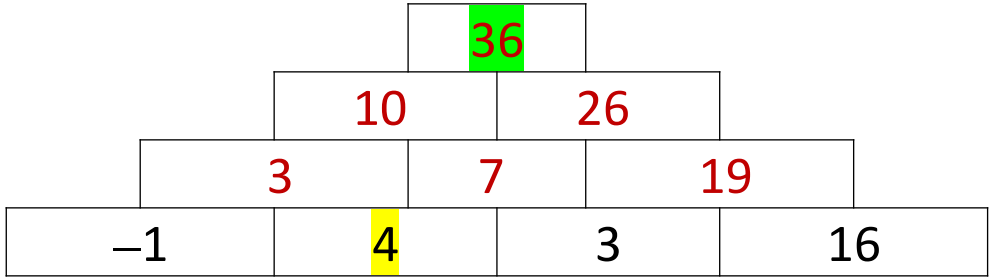

–5
–2
–3
–8
5

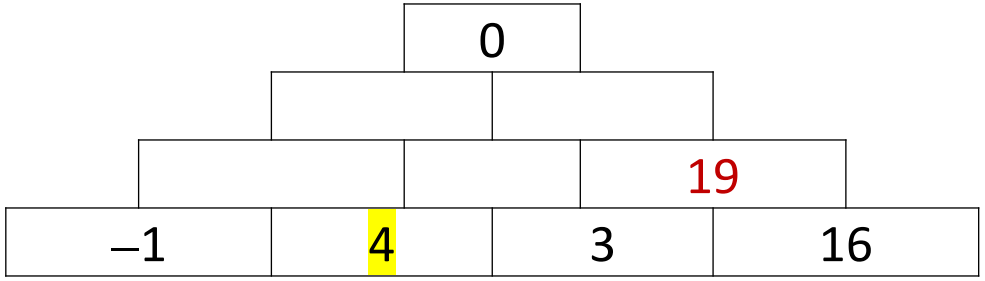

–5
–3
–2
2
–5
3

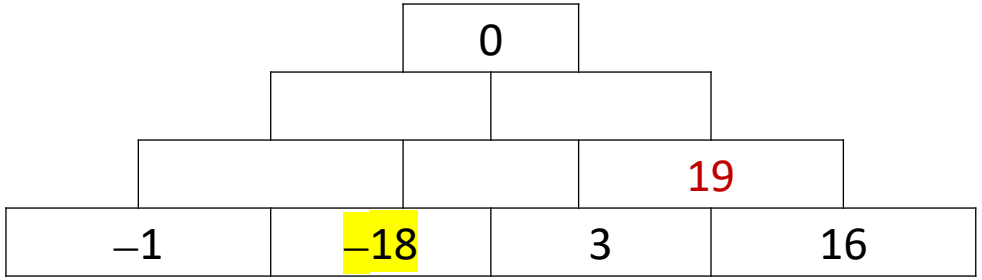

–5
–2
–3
6
–8
5

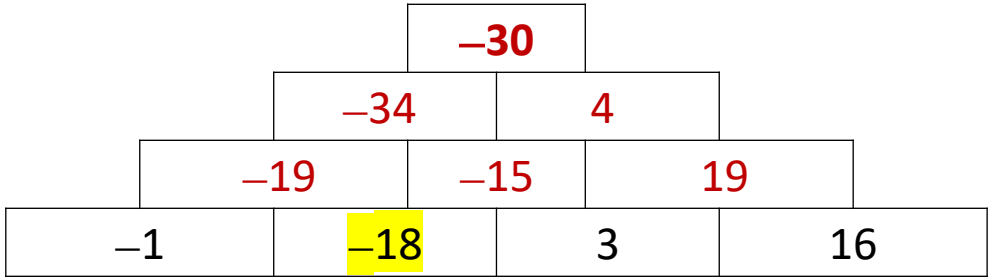

0
–1
3
16

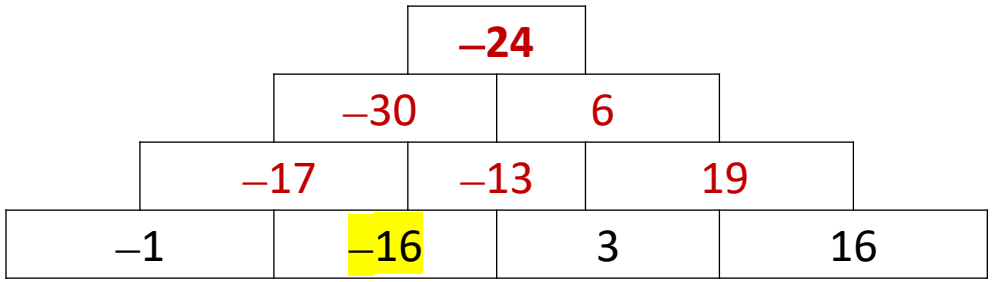

0
19
–1
3
16

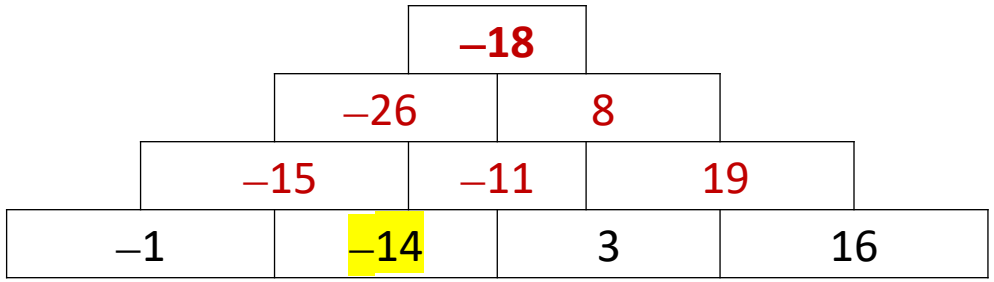

36
10
26
3
7
19
–1
4
3
16

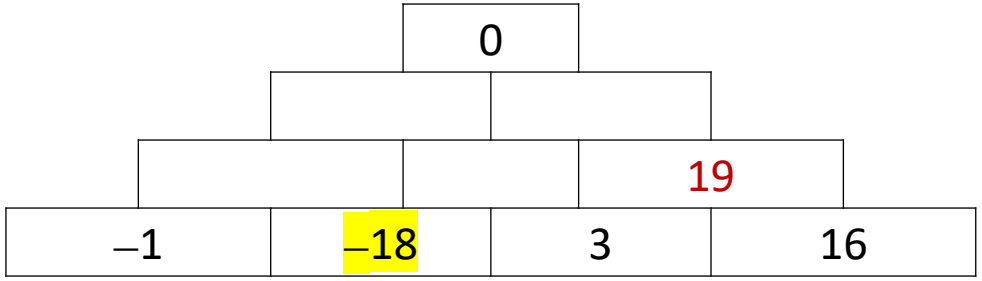

0
19
–1
4
3
16

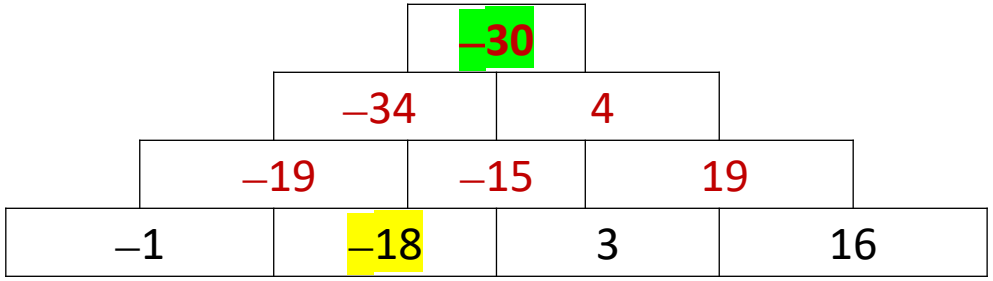

0
19
–1
–18
3
16

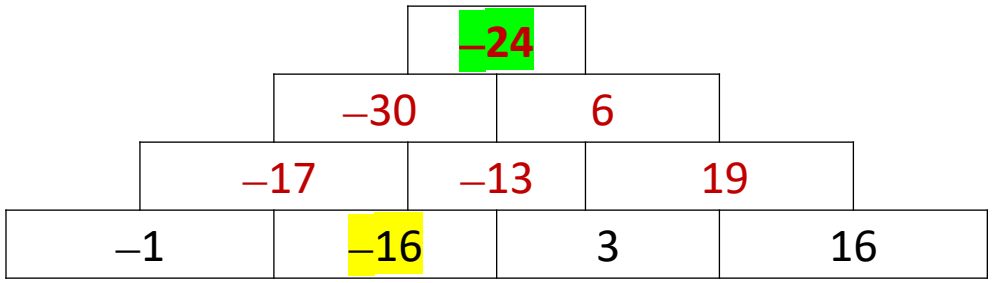

–30
–34
4
–19
–15
19
–1
–18
3
16

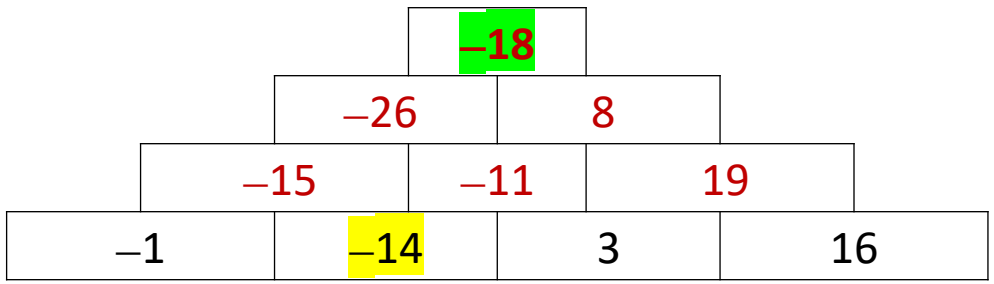

–24
–30
6
–17
–13
19
–1
–16
3
16

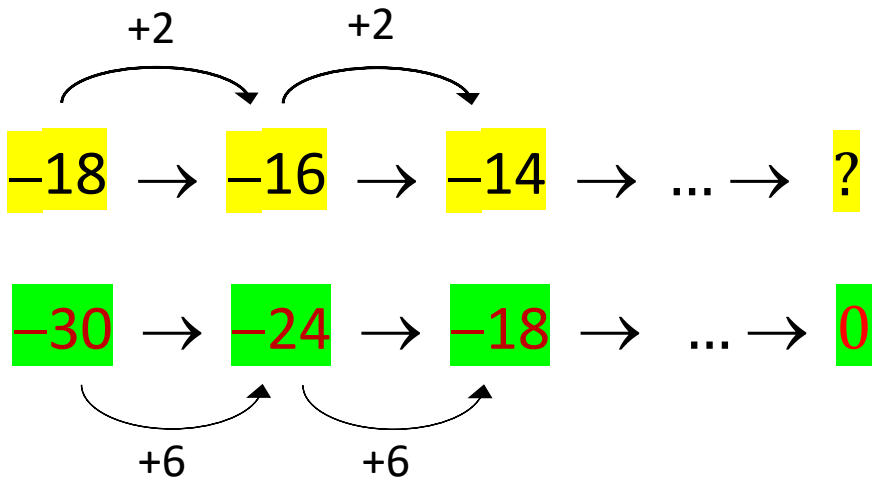

–18
–26
8
–15
–11
19
–1
–14
3
16

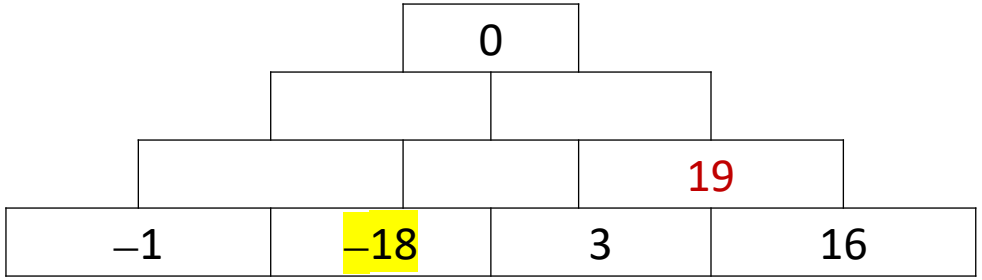

0
19
–1
–18
3
16

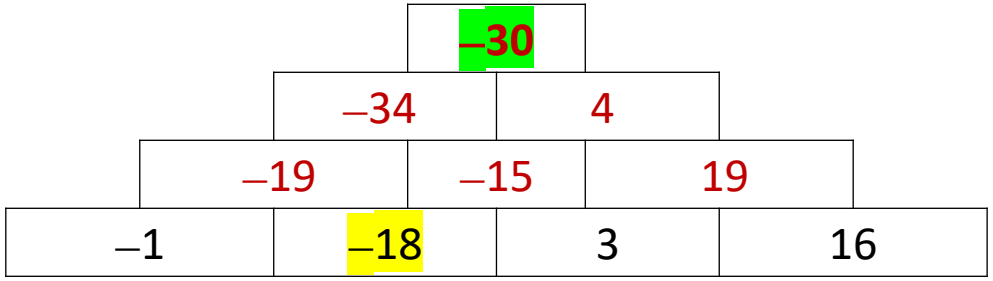

–30
–34
4
–19
–15
19
–1
–18
3
16

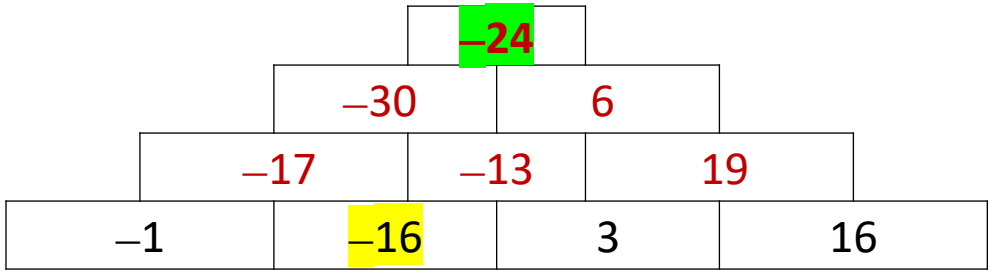

–24
–30
6
–17
–13
19
–1
–16
3
16

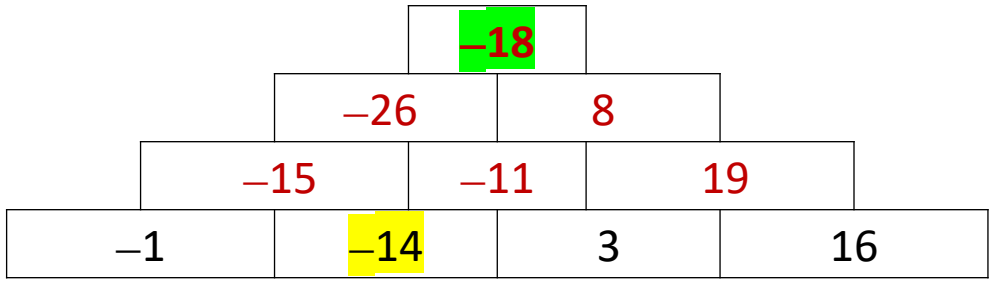

–18
–26
8
–15
–11
19
–1
–14
3
16

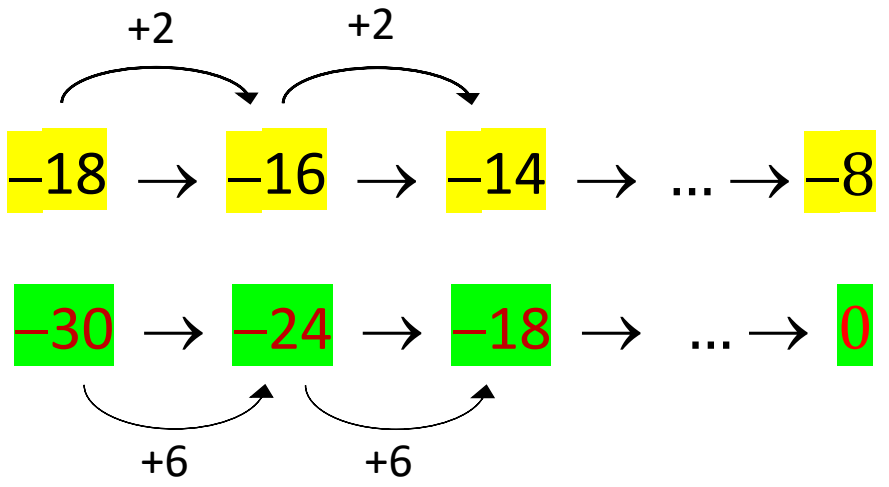

+2
+2
–18
–16
–14
…
?
–30
–24
–18
…
0
+6
+6

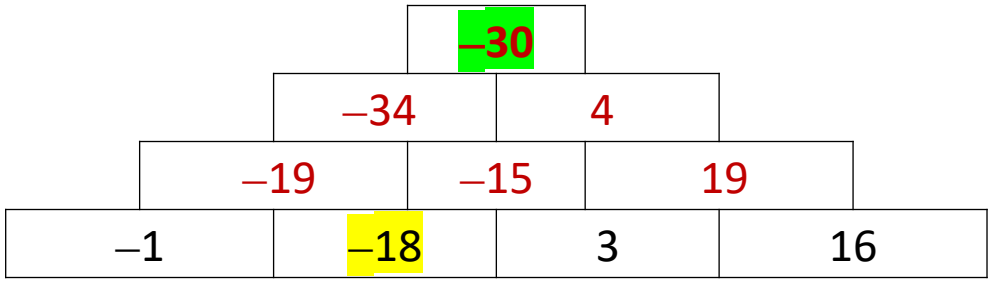

0
19
–1
–18
3
16

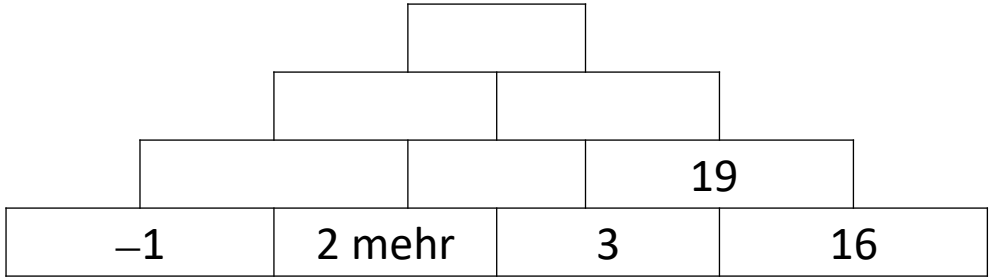

–30
–34
4
–19
–15
19
–1
–18
3
16

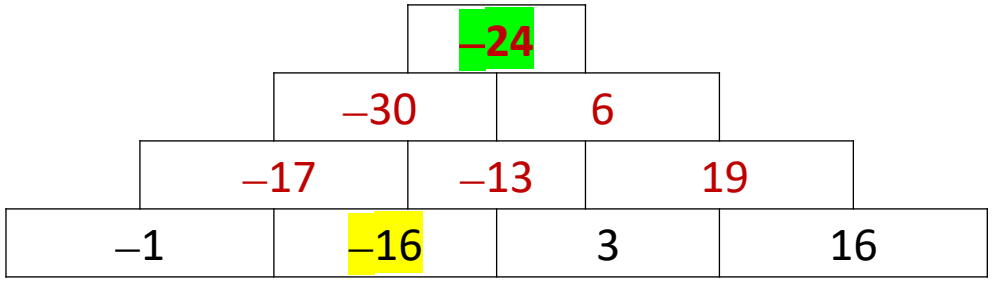

–24
–30
6
–17
–13
19
–1
–16
3
16

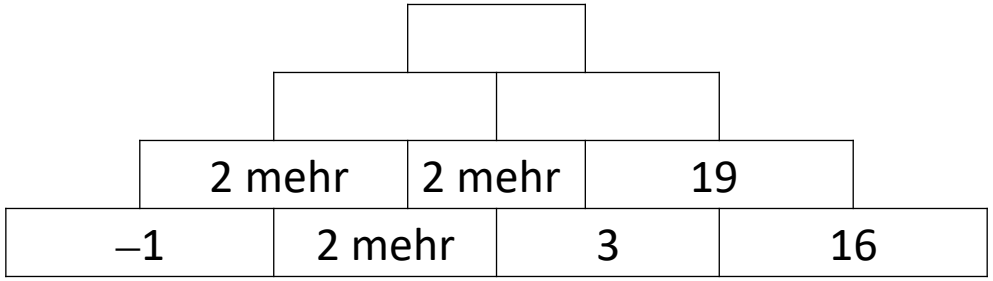

–18
–26
8
–15
–11
19
–1
–14
3
16

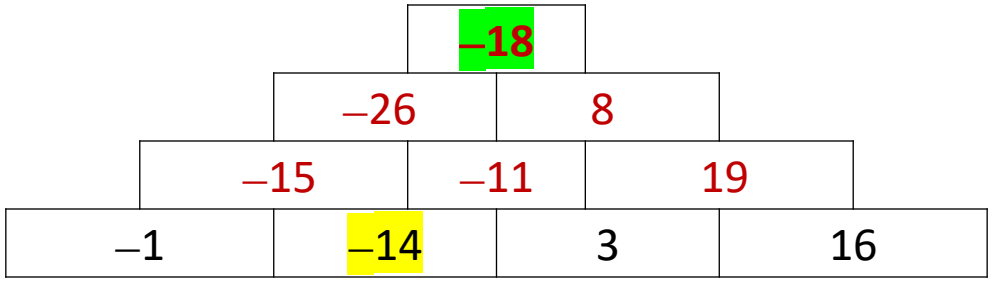

+2
+2
–18 → –16 → –14 → … → –8
–30 → –24 → –18 → … → 0
+6
+6

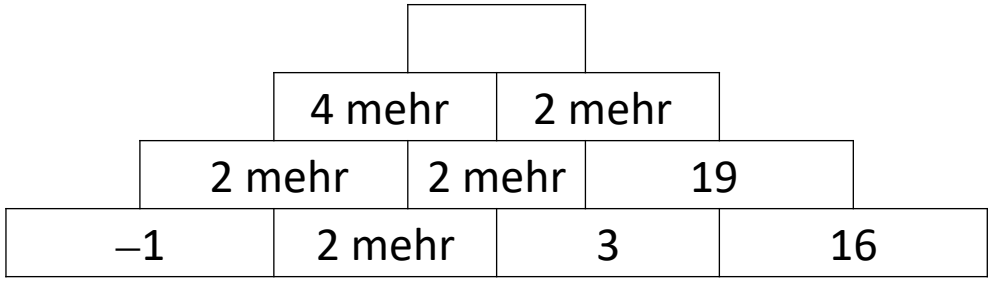

–30
–34
4
–19
–15
19
–1
–18
3
16

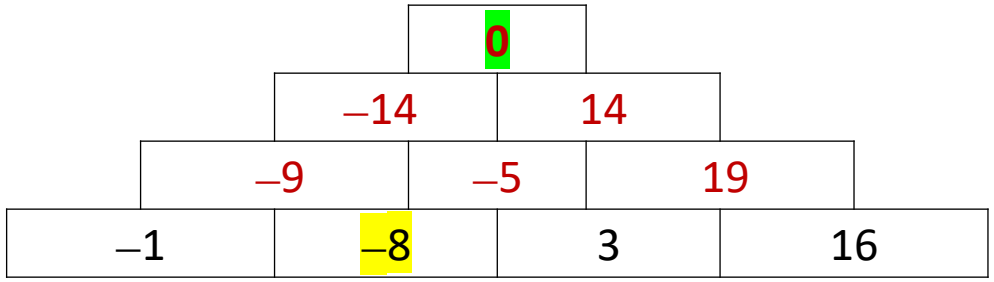

19
–1
2 mehr
3
16

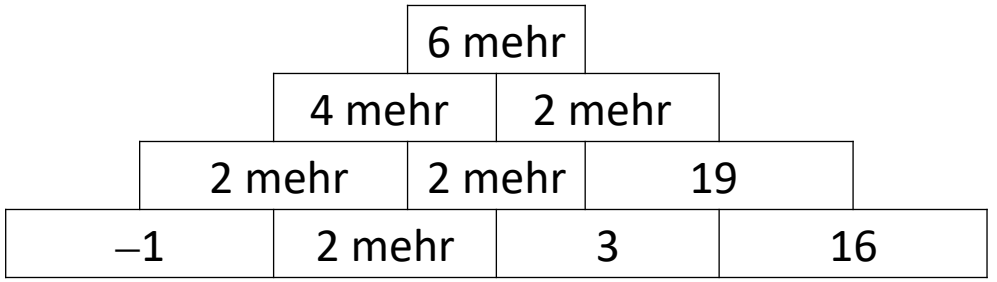

–24
–30
6
–17
–13
19
–1
–16
3
16

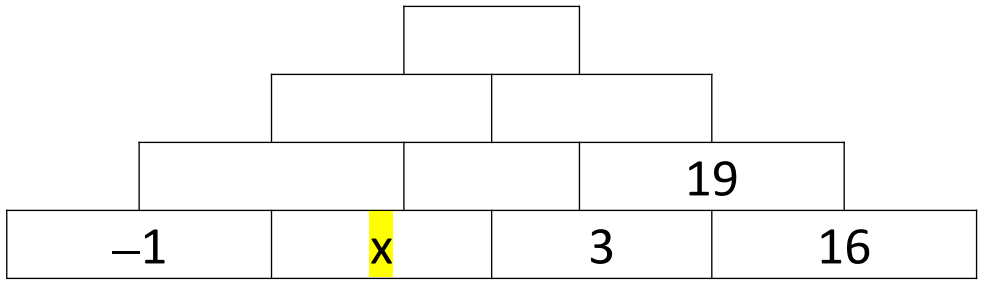

2 mehr
2 mehr
19
–1
2 mehr
3
16

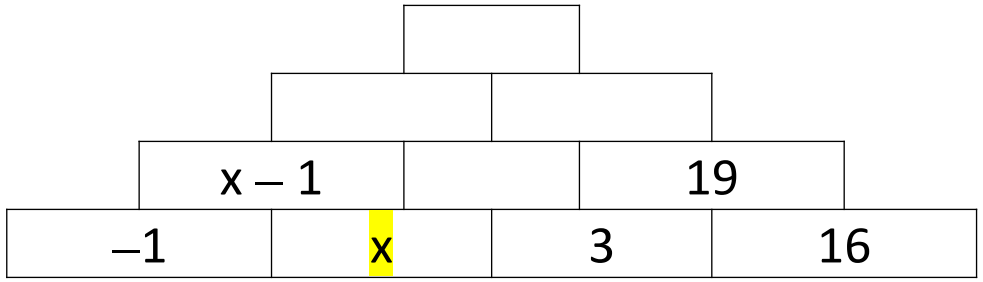

–18
–26
8
–15
–11
19
–1
–14
3
16

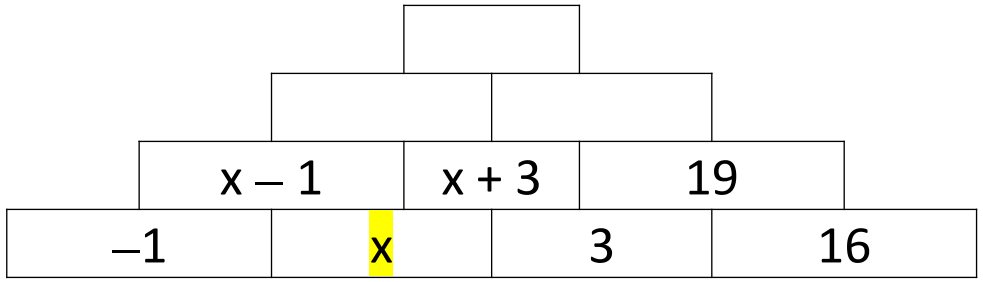

4 mehr
2 mehr
2 mehr
2 mehr
19
–1
2 mehr
3
16

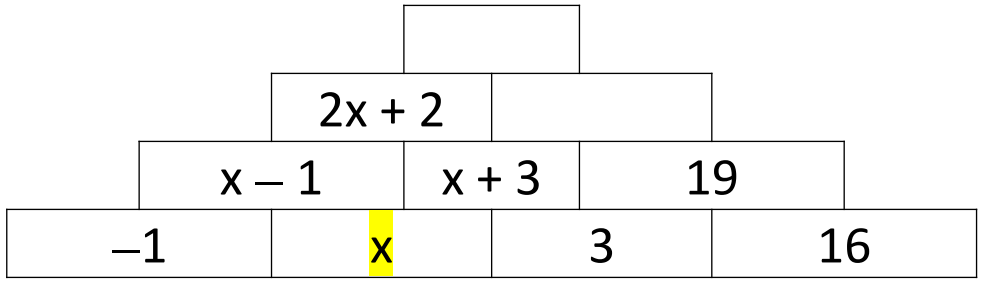

0
–14
14
–9
–5
19
–1
–8
3
16

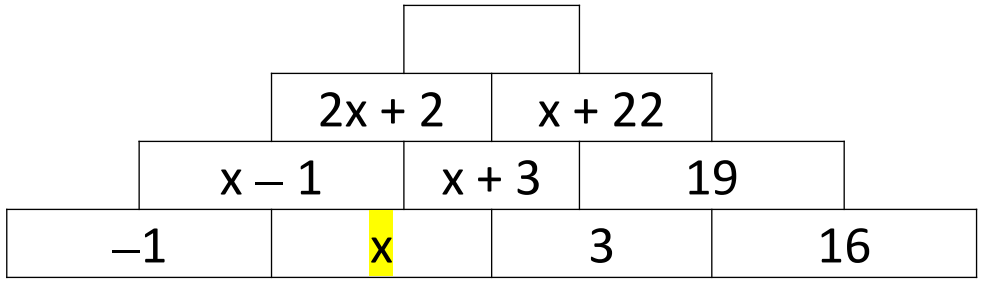

6 mehr
4 mehr
2 mehr
2 mehr
2 mehr
19
–1
2 mehr
3
16

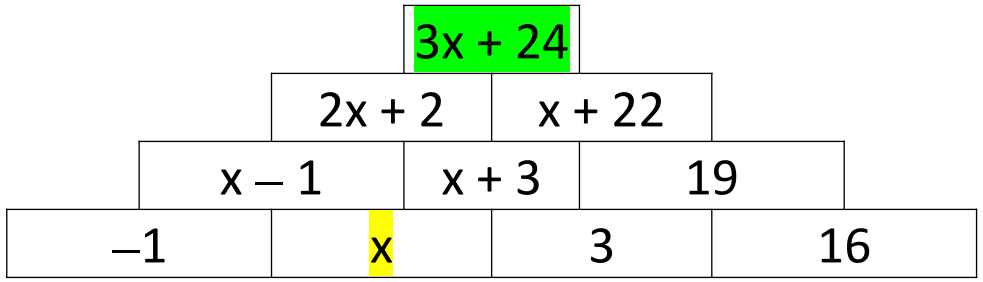

19
–1
x
3
16


x – 1
19
–1
x
3
16


x – 1
x + 3
19
–1
x
3
16


2x + 2
x – 1
x + 3
19
–1
x
3
16


2x + 2
x + 22
x – 1
x + 3
19
–1
x
3
16



$$3x + 24 = 0$$

$$x = -8$$

- Konditionierung
- Einschleifen von Reiz-Reaktionsmechanismen:
  Die Sache im Griff haben (Machterleben)
- Regelbefolgung
- Es geht um das Beherrschen der Sache und weniger um den Inhalt (Selbstbezug)

- Tunnelblick, Sich-durchbeißen müssen
- Spezialisierung

- Üben
- Üben, das zum Können führt, ist Emanzipationsgeste der Person (Könnenserleben)
- Phantasieentfaltung
- Freude des Könnens - Selbstwirksamkeitserfahrung im Inhalt (Weltbezug)

- Gehalten in der Peripherie, Flow
- Universalisierung

Literaturhinweis



Timo Leuders

Intelligent üben und Mathematik erleben

Üben kann eine abwechslungsreiche Sache sein, wenn es nicht nur darum geht, mit Aufgabenpäckchen Fertigkeiten zu trainieren, sondern wenn das Üben Hand in Hand geht mit mathematischen Entdeckungen und Reflexionen.

In intelligenten Übungsaufgaben werden Vorstellungen gefestigt und mathematische Begriffe und Verfahren reflektiert. Schülerinnen und Schüler untersuchen mathematische Strukturen, lösen einfache mathematische Probleme und üben dabei ganz selbstverständlich Grundfertigkeiten.

Woher aber nimmt man solche intelligenten Übungsaufgaben, wenn sie nicht schon in Schulbüchern stehen? Die Konstruktion solcher Aufgaben für den eigenen Unterricht ist keine Überforderung für Lehrerinnen und Lehrer, sondern ein leicht zu erlernendes Handwerk, ja sogar ein Anlass, als Lehrerin oder Lehrer selbst wieder auf mathematische Entdeckungsreise zu gehen.

12

1, 3
1, 3, 5
1, 3, 5, 7

Berechne den Durchschnitt
- in jeder Schublade.
- Was fällt dir auf?
- Wie geht es weiter?

… kann das sein, dass die Ergebnisse irgendwie ein Muster ergeben?

Ja, probier mal weiter …

… so etwas habe ich auch entdeckt, als ich die Aufgabe gemacht habe. Und dass er gerade Rechnen übt, merkt er gar nicht.

https://www.researchgate.net/profile/Timo-Leuders/publication/233978379_Intelligent_uben_und_Mathematik_erleben/links/0c96052d053dcb4811000000/Intelligent-ueben-und-Mathematik-erleben.pdf?_tp=eyJjb250ZXh0Ijp7ImZpcnN0UGFnZSI6InB1YmxpY2F0aW9uIiwicGFnZSI6InB1YmxpY2F0aW9uIn19